

- soil. Concept. Results. Tasks. (2nd revised and expanded edition)]. Kharkov, KP "Gorodskaya tipografiya" Publ., 2012. 536 p.
8. DSTU 4428:2005. *Tekhnika sil's'kogospodars'ka mobil'na. Metody vyznachennya diyi khodovykh system na grunt* [Mobile agricultural machinery. Methods for determining the impact of running gears on soil]. Kyiv, Derzstandart Ukrainy Publ., 2006. 9 p.
  9. Rebrov O. Yu. Analiz vidpovidnosti maksimal'nogo tysku na grunt traktornoї shyny agroekologichnym vymogam imovirnsnym metodom z urakhuvannyam grunto-klimatichnykh umov Ukrainy [Analysis of compliance of tractor tires maximum pressure on soil with agro-ecological requirements by using probabilistic method taking into account soil and climatic conditions of Ukraine]. *Visnyk NTU "KhPI" : Zb. nauk. pr. Ser.: Transportne mashynobuduvannya* [Bulletin of NTU "KhPI", Series : Transport Engineering]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2017, no. 14 (1236), pp. 58–64.
  10. Rebrov O. Yu. Integral'na imovirnisna otsinka vidpovidnosti traktornoї shyny agroekologichnym vymogam v grunto-klimatichnykh umovakh Ukrainy [Integral probabilistic evaluation of the conformity of the tractor tire to agro-ecological requirements under the soil and climatic conditions of Ukraine]. *Visnyk NTU "KhPI". Seriya : Matematychni modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnologiyakh* [Bulletin of National Technical University «KhPI», Series: Mathematical modeling in engineering and technologies]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2017, no. 6 (1228), pp. 127–136.
  11. GOST 26953-86. *Tekhnika sel'skokhozyaystvennaya mobil'naya. Metody opredeleniya vozdeystviya na pochvu* [Mobile agricultural machinery. Methods for determining impact on soil]. Moscow, Izdatel'stvo standartov Publ., 1986.
  12. Soucy Track. 2013. 15 p. Available at : [http://www.soucy-track.com/en-CA/gpc/\\_media/Document/ag2013en.pdf](http://www.soucy-track.com/en-CA/gpc/_media/Document/ag2013en.pdf). (accessed 10.10.2018).

Надійшла (received) 26.10.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

**Ребров Олексій Юрійович (Ребров Алексей Юрьевич, Rebrov Oleksiy Yuriyovich)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-64-64; e-mail: alexrebrov0108@gmail.com.

УДК 629.7.05

**В. Б. УСПЕНСКИЙ, М. В. НЕКРАСОВА, И. А. БАГМУТ**

#### СПОСОБ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ БИНС ПО ИЗМЕРЕНИЯМ КАЖУЩЕГОСЯ УСКОРЕНИЯ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОГО ОБЪЕКТА, КОТОРЫЙ БЫСТРО ВРАЩАЕТСЯ

Предложен метод повышения точности определения ориентации в бесплатформенной инерциальной навигационной системе для быстровращающегося вокруг продольной оси объекта. Метод основан на использовании измерений вектора кажущегося ускорения от специально размещенных акселерометров для периодической коррекции угла крена. Показано, что разработанный способ существенно ограничивает ошибку определения угла крена. Сформулирован сам алгоритм коррекции, применение которого позволяет значительно повысить точность определения ориентации, что было доказано при моделировании.

**Ключевые слова:** кажущееся ускорение, датчик, ориентация, акселерометр, гироскоп, угол крена, навигация, инерциальная система.

**В. Б. УСПЕНСЬКИЙ, М. В. НЕКРАСОВА, И. А. БАГМУТ**

#### СПОСІБ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ БІНС З ВИМІРЮВАННЯ УЯВНОГО ПРИСКОРЕННЯ ДЛЯ КЕРУВАННЯ ОБ'ЄКТА, ЩО ШВИДКО ОБЕРТАЄТЬСЯ

Запропоновано метод підвищення точності визначення орієнтації в безплатформовій інерціальній навігаційній системі для об'єкта, що швидко обертається навколо поздовжньої осі. Метод заснований на використанні вимірювань вектору позірною (уявного?) прискорення від спеціальним чином розміщених акселерометрів для періодичної корекції куту крену. Доведено, що розроблений спосіб суттєво зменшує похибку визначення куту крену. Сформульований сам алгоритм корекції, застосування якого дозволяє значно підвищити точність визначення орієнтації, що було доведено при моделюванні.

**Ключові слова:** позірне прискорення, датчик, орієнтація, акселерометр, гіроскоп, кут крену, навігація, інерціальна система.

**V. B. USPENSKIY, M. V. NEKRASOVA, I. A. BAGMUT**

#### METHOD OF INCREASING THE ACCURACY OF BINS ACCORDING TO MEASUREMENTS OF APPEARING ACCELERATION FOR CONTROLL OF FAST ROTATING OBJECT

A method for increasing the accuracy of determining the orientation in a strapdown inertial navigation system for an object rotating fast around the longitudinal axis is proposed. The method is based on the use of measurements of the apparent acceleration vector from specially arranged accelerometers for periodic correction of the roll angle. It is shown that the developed method significantly limits the error in determining the roll angle. The correction algorithm itself is formulated, the use of which can significantly improve the accuracy of orientation determination, which has been proven in modeling. This method can be used to construct high-precision control systems.

**Key words:** apparent acceleration, sensor, orientation, an accelerometer, roll angle, navigation, a gyroscope, a correction angle of roll error, inertial system, traffic control.

**Введение.** Использование *бесплатформенной инерциальной навигационной системы* (БИНС) для высокودинамического объекта является проблематичным из-за сильного влияния мультипликативных погрешностей датчиков на точность работы системы. Один из возможных способов повышения точности БИНС состоит в периодической коррекции вектора состояния с помощью информации от спутниковых радионавигационных систем. Однако недостатками такого способа являются, во-первых, зависимость от внешних условий, во-вторых, небольшая частота реализации коррекции, обусловленная низкой частотой обновления спутниковой информации. Все это делает проблемным использование такого способа в условиях высокودинамических объектов. А, следовательно, возникает необходимость разработать новые способы коррекции в этих условиях.

© В. Б. Успенский, М. В. Некрасова, И. А. Багмут, 2018

**Анализ последних исследований.** Известен способ повышения точности систем ориентации на базе усовершенствования методики предварительной калибровки датчиков [1]. Он основывается на определении систематической компоненты ошибки, математическом описании ее зависимости от определенных факторов, идентификации параметров этой зависимости и использовании данной модели в качестве компенсирующей во время эксплуатации датчика. Такой способ имеет недостатки, связанные с высокой стоимостью специального оборудования, длительным сроком проведения эксперимента, а также невозможностью достижения стабильного качества компенсации на протяжении всего времени жизненного цикла изделия. Стоит отметить, что этот способ существенно повышает также и конечную стоимость навигационной системы, что не всегда является экономически оправданным.

Еще один из известных способов – это повышение точности систем ориентации за счет усовершенствования алгоритмической базы обработки измерений во время функционирования [2 – 3]. Он состоит в применении более эффективных алгоритмов обработки информации с гироскопических датчиков. Суть его в том, что он предоставляет возможность использовать дешевые и менее габаритные датчики (гироскопы и акселерометры, а иногда только акселерометры), компенсируя алгоритмически их невысокую точность и обрабатывая информацию с этих датчиков таким образом, чтобы возможно было получить все необходимые навигационные параметры с достаточной точностью. Недостатком такого способа является, во-первых, существенные ограничения на допустимую скорость, которая измеряется, учитывая необходимую точность определения ориентации, во-вторых, чувствительность к инструментальным погрешностям гироскопа. А также необходимым условием эффективного применения такого способа является использование в системе все же гироскопов высокой точности.

Наконец, наиболее близкий по технической сути способ повышения точности систем ориентации в БИНС состоит в периодической коррекции вектора состояния (в том числе и углов ориентации) за счет использования избыточной для системы в целом информации, которую предоставляет приемник сигналов спутниковой навигационной системы [4]. Эта коррекция осуществляется с помощью *алгоритма фильтра Калмана* и требует достаточно сложного программно-математического обеспечения. Недостатками указанного способа являются, во-первых, зависимость от наличия радиосигналов от спутниковых систем и от внешних помех на пути прохождения радиосигналов, во-вторых, невысокая частота осуществления коррекции, обусловленная низкой частотой обновления спутниковой информации. Все это делает проблемным применение такого способа в условиях быстрого вращения объекта.

**Постановка задачи.** Предлагается алгоритм вычисления с высокой точностью ориентации быстровращающегося вокруг продольной оси объекта за счет коррекции угла крена по измерениям вектора кажущегося ускорения с помощью специально расположенных акселерометров. Вследствие вращения такие измерения имеют модулированный характер, и моменты прохождения через максимум или минимум несут информацию о точной ориентации объекта по крену.

Таким образом, целью исследования является усовершенствование приведенных известных способов коррекции. В основу разработанного метода положен способ коррекции по избыточной информации параметров ориентации объекта, который быстро вращается вокруг продольной оси, путем дополнительной высокочастотной коррекции угла крена на основании использования измерений вектора кажущегося ускорения, проекции которого на оси чувствительности акселерометров вследствие вращения имеют модулированный характер.

Поставленная задача решается, таким образом, как и в известном способе, что состоит в том, что по сигналами трех гироскопов, пропорциональных значениям проекций вектора угловой скорости на измерительные оси, и по сигналам трех акселерометров, пропорциональных значениям проекций вектора кажущегося ускорения на измерительные оси, вычисляют навигационные параметры, которые пропорциональны компонентам вектора координат объекта, компонентам вектора скорости объекта и углам его ориентации. Далее навигационные параметры фильтруют и корректируют по сигналам приемника радионавигационных сигналов, пропорциональных компонентам вектора координат объекта и компонентам вектора скорости объекта. Дополнительно по сигналам акселерометров каналов рыскания и тангажа проводится выделение экстремального значения и формирование корректирующего сигнала, который используют для переопределения текущего значения угла крена, который был определен при вычислении навигационных параметров. И далее этот угол крена вместо сигнала, пропорционального углу крена с блока определения навигационных параметров, фильтруют и корректируют совместно с остальными навигационными параметрами.

**Математическая модель.** Пусть объект, помимо траекторного движения, совершает также вращение вокруг своей продольной оси  $x$ , сонаправленной с вектором скорости, с большой скоростью  $\omega$ . Назовем угол поворота вокруг оси  $x$  *углом крена*  $\gamma$ .

В БИНС, расположенной на объекте, среди штатного набора измерителей дополнительно размещены два акселерометра  $A_y$  и  $A_z$  на расстоянии  $\rho$  от оси вращения (рис. 1).

В известном способе, описанном выше, с помощью трех гироскопов, трех акселерометров и приемника спутниковых сигналов определяются углы, скорости и координаты объекта. Но в условиях быстрого вращения объекта ошибка масштабного коэффициента  $x$  – гироскопа приводит к быстрому монотонному возрастанию ошибки определения угла крена. В этих условиях для повышения точности определения угла крена предлагается с увеличенной в четыре раза частотой вращения объекта проводить коррекцию его значения по показаниям  $y$  – и  $z$  – акселерометров, которые в общем случае имеют вид кривой с медленной амплитудой модуляции и медленной тенденцией средней линии (рис. 2). Фиксируя с помощью электронных устройств прохождение по-

следовательностью измерений  $y$  – акселерометра своего локального максимума или локального минимума, формируется сигнал коррекции, соответствующий истинному значению угла крена  $\gamma_e = 0$  или  $\gamma_e = \pi$ . Для максимального и минимального значения измерений  $z$  – акселерометра формируется сигнал коррекции, который отвечает истинному значению угла крена  $\gamma_e = 3/2\pi$  или  $\gamma_e = 1/2\pi$ . Сформированная таким образом оценка истинного значения угла крена поступает в алгоритм определения ориентации БИНС, где производится переопределение текущего значения угла крена по правилу  $\gamma = \gamma_e$ .

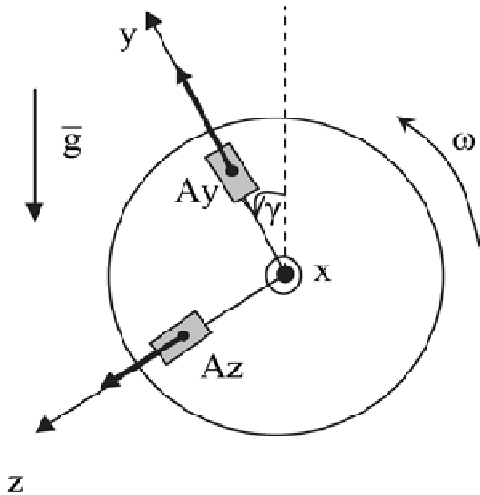


Рис. 1 – Размещение дополнительных акселерометров на объекте.

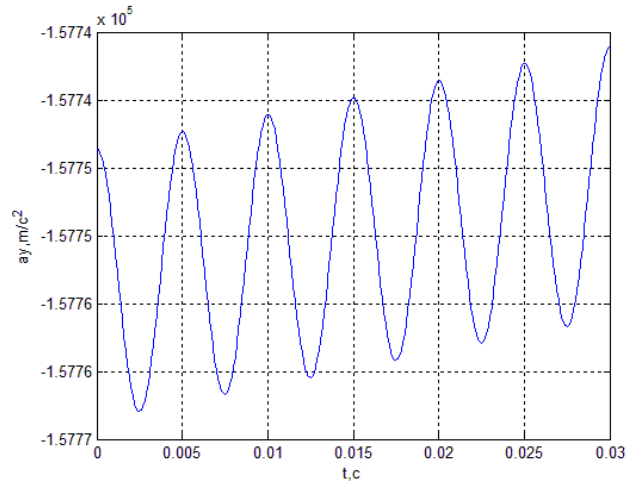


Рис. 2 – Качественный характер измерений  $y$  – акселерометра.

Для обоснования изложенного способа обратимся к соответствующим математическим моделям.

Проекция кажущегося вектора ускорения объекта на ось чувствительности  $y$  – акселерометра имеет вид:

$$a_y(t) = W_{Oy}(t) - \rho \cdot \omega^2(t) + g \cdot \cos \theta(t) \cdot \cos \gamma(t), \quad (1)$$

где  $a_y(t)$  – измерения  $y$  – акселерометра в момент времени  $t$ ;  $W_{Oy}(t)$  – текущее значение проекции действительного ускорения начала координат связанной системы на ось  $Oy$ ;  $\rho$  – расстояние размещения чувствительного элемента  $y$  – акселерометра от оси вращения  $Ox$ ;  $\omega(t)$  – текущая скорость вращения объекта вокруг продольной оси;  $g$  – значение ускорения свободного падения;  $\theta(t)$  – текущее значение угла тангажа;  $\gamma(t) = \omega(t) \cdot t$  – текущее значение угла крена.

Отметим, что  $\omega(t)$  и  $\theta(t)$  изменяются во времени со скоростью, намного меньшей, чем другие переменные.

Действительное ускорение точки  $O$  является результатом действия всех внешних сил, которые приведены к точке  $O$ , и состоит, в частности, из силы тяжести  $Q_W = g \cdot m$ , силы сопротивления среды  $Q_R(t)$ , подъемной силы  $Q_U(t) = q_U(t) \cdot m$  и, возможно, реактивной силы  $Q_T(t)$  двигателей (рис. 3).

Поскольку в случае коллинеарности вектора скорости и продольной оси объекта сила сопротивления и реактивная сила ортогональны осям чувствительности  $y$  – акселерометра, проекция  $W_{Oy}(t)$  с учетом вращения объекта вокруг оси  $Ox$ , выглядит как

$$W_{Oy}(t) = (q_U(t) - g \cdot \cos \theta(t)) \cdot \cos \gamma(t). \quad (2)$$

Подстановка (2) в (1) дает

$$a_y(t) = q_U(t) \cdot \cos \gamma(t) - \rho \cdot \omega^2(t). \quad (3)$$

Таким образом, измерения  $y$  – акселерометра имеют медленно меняющуюся составляющую, связанную с изменением скорости вращения  $\omega(t)$ , и высокочастотную составляющую, связанную с быстрым изменением угла крена и модулированную медленно меняющимся ускорением  $q_U(t)$  от подъемной силы. Из (3) следует, что при квазистационарном характере  $q_U(t)$  локальный максимум на периоде оборота объекта соответствует  $\gamma = 0$ , а локальный минимум достигается при  $\gamma = \pi$ , что позволяет использовать эти значения для коррекции ориентации объекта и подтверждает представленный способ такой коррекции.

Аналогичные рассуждения справедливы и для  $z$  – акселерометра.

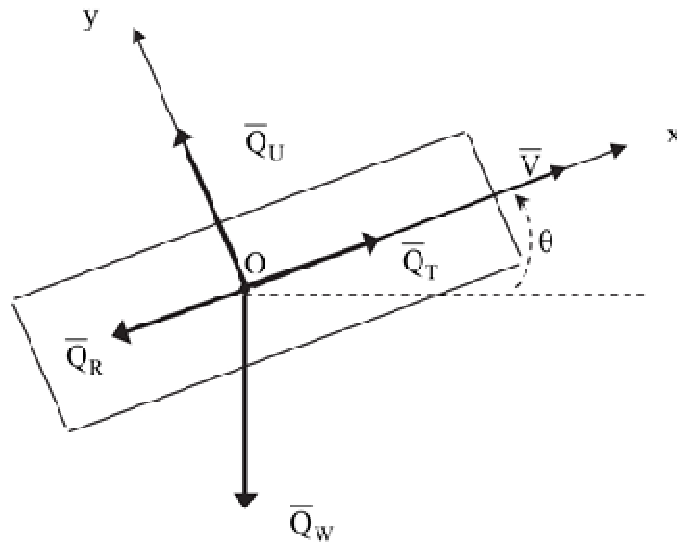


Рис. 3 – Диаграмма сил, которые приложены к объекту.

**Результаты работы программы.** Промоделируем движение объекта, который вращается вокруг продольной оси с угловой скоростью 100 об./с. Погрешность масштабного коэффициента гироскопа установлена на уровне 0,1 %, частота обновления информации – 10 кГц. Построим зависимость ошибки определения угла крена без коррекции и с коррекцией (рис. 4).

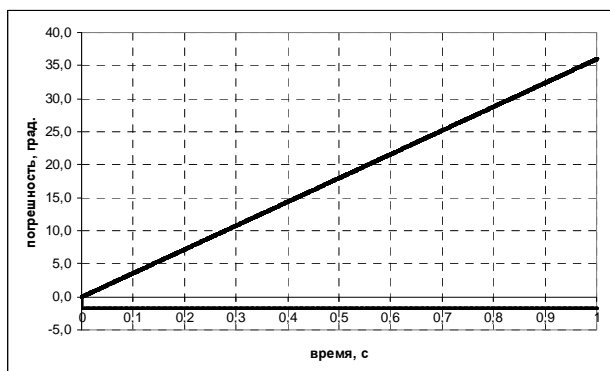


Рис. 4 – Погрешность определения угла крена по алгоритмам без коррекции и с коррекцией.

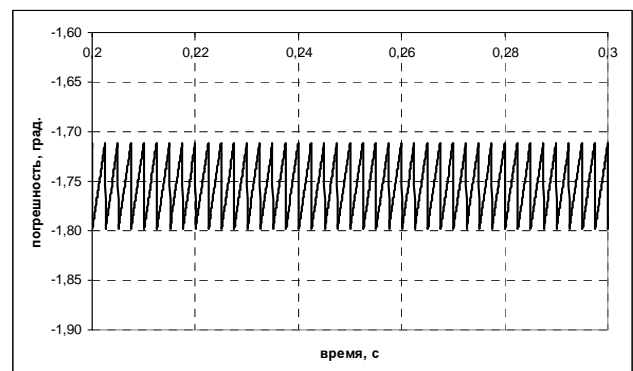


Рис. 5 – Фрагмент ошибки определения угла крена по алгоритму с коррекцией.

Прямая с наклоном – это погрешность определения угла крена на протяжении одной секунды по алгоритму, который не предусматривает коррекции. Вторая линия, практически параллельная оси абсцисс, является погрешностью определения угла крена по алгоритму с коррекцией, которая проводится по экстремумам измерений  $y$ – и  $z$ – акселерометров четыре раза за период вращения. В увеличенном масштабе на укороченном промежутке времени она имеет вид, как на рис. 5. Скачки на графике соответствуют моментам коррекции, а медленный рост – с накоплением погрешности между моментами коррекции.

Из графиков видно, что разработанный способ существенно ограничивает ошибку определения угла крена. Средний уровень остаточной погрешности связан со скоростью вращения и периодом обновления измерений и составляет угол, на который поворачивается объект за половину периода обновления информации.

Таким образом, приведенный метод за счет использования акселерометров обеспечивает повышение точности определения параметров ориентации для быстровращающихся объектов по сравнению с известными методами.

**Перспективы дальнейших исследований.** Авторы считают перспективными проведенные исследования, связанные с коррекцией по углу крена, поскольку удастся значительно повысить точность определения ориентации. Проведенный анализ определяет, в частности, необходимые условия эффективности предложенного способа – это наличие подъемной силы. Создание и управление такой силой выполняет бортовая система управления движением с помощью рулей высоты, которые поворачиваются относительно корпуса. Предложенный способ именно и предназначен для обеспечения такой системы управления высокоточной угловой информацией. А

значит, это предоставляет возможность построить более совершенные системы управления движением.

**Выводы.** Разработан метод повышения точности вычисляемой в БИНС ориентации для быстровращающегося вокруг продольной оси объекта. Он основан на использовании измерений дополнительно введенных акселерометров для периодической коррекции угла крена. Разработанный метод существенно ограничивает ошибку определения угла крена, причем сама ошибка не растет с течением времени.

#### Список литературы

1. Lee S-J., Tunik A. A., Kim J-Ch. Determination of Error Parameters of Strapdown INS Sensor Unit Using the 3-axis Motion Table // Proceeding of the KSASSpring Annual Meeting '99. – Korea. – 1999. – P. 485 – 488.
2. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. – М. : Наука, 1973. – 320 с.
3. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. – М. : Наука, 1992. – 280 с.
4. Grewal M. S., Weill L. R., Andrews A. P. Global Positioning Systems, Inertial Navigation. – New York : John Wiley & Sons, Inc, 2001. – 392 p.

#### References (transliterated)

1. Lee S-J., Tunik A. A., Kim J-Ch. Determination of Error Parameters of Strapdown INS Sensor Unit Using the 3-axis Motion Table. *Proceeding of the KSASSpring Annual Meeting '99*. Korea, 1999, pp. 485–488.
2. Branets V. N., Shmyglevskiy I. P. *Primenenie kvaternionov v zadachakh orientatsii tverdogo tela* [Quaternions in the problems of solid orientation]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 320 p.
3. Branets V. N., Shmyglevskiy I. P. *Vvedenie v teoriyu besplatformennykh inertial'nykh navigatsionnykh system* [Introduction to the theory of strapdown inertial navigation systems]. Moscow, Nauka Publ., 1992. 280 p.
4. Grewal M. S., Weill L. R., Andrews A. P. *Global Positioning Systems, Inertial Navigation*. New York : John Wiley & Sons, Inc Publ., 2001. 392 p.

Поступила (received) 06.10.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

**Успенський Валерій Борисович (Успенский Валерий Борисович, Uspenskiy Valerii Borisovich)** – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-64-54; e-mail: uspensky61@gmail.com.

**Некрасова Марія Володимирівна (Некрасова Мария Владимировна, Nekrasovaa Mariya Vladimirovna)** – доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-64-54; e-mail: masha12dec@gmail.com.

**Багмут Іван Олександрович (Багмут Иван Александрович, Bagmut Ivan Oleksandrovych)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-64-54; e-mail: ivan.bagmut@gmail.com.

УДК 629.114.2.073.286

**Д. О. ЧАЙКА, И. А. ЕМЕЛЬЯНОВА, П. Н. АНДРЕНКО, А. Л. ГРИГОРЬЕВ**

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПОДАЧИ СТРОИТЕЛЬНЫХ СМЕСЕЙ БЕСПОРШНЕВЫМ ШЛАНГОВЫМ БЕТОНОНАСОСОМ

В современном строительстве беспоршневые шланговые бетононасосы могут использоваться при выполнении торкрет-работ мокрым способом и транспортирования строительных смесей к месту их укладки. Оснащение шлангового бетононасоса гидравлическим приводом позволяет значительно расширить диапазон режимов работы машины, а также повысить его надежность. Для проектирования гидравлического привода, которым оснащен универсальный шланговый бетононасос? и расчета основных параметров машины были разработаны математические модели процессов подачи строительных смесей. В результате моделирования процесса подачи получены графические зависимости рабочих параметров бетононасоса, определена длительность выхода бетононасоса на установившийся режим работы, а также оценено влияние плотности и вязкости перекачиваемой смеси на максимальные давления в системе, на затрачиваемую мощность и крутящий момент.

**Ключевые слова:** универсальный шланговый бетононасос, гидравлический привод, математическая модель, подача строительных растворов, гидродинамический процесс.

**Д. О. ЧАЙКА, І. О. ЄМЕЛЬЯНОВА, П. М. АНДРЕНКО, О. Л. ГРИГОР'ЄВ**

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСОВ ПОДАЧІ БУДІВНИЧИХ СУМІШЕЙ БЕЗПОРШНЕВИМ ШЛАНГОВИМ БЕТОНОНАСОСОМ

У сучасному будівництві безпоршневі шлангові бетононасоси можуть використовуватися при виконанні торкрет-робіт мокрым способом і транспортування будівельних сумішей до місця їх укладання. Оснащення шлангового бетононасосу гідролічним приводом дозволяє значно розширити діапазон режимів роботи машини, а також підвищити його надійність. Для проектування гідролічного приводу, яким оснащено універсальний шланговий бетононасос, і розрахунку основних параметрів машини були розроблені математичні моделі процесів подачі будівельних сумішей. В результаті моделювання процесу подачі отримано графічні залежності робочих параметрів бетононасосу, визначена тривалість виходу бетононасосу на сталий режим роботи, а також оцінено впливання щільності і в'язкості перекачуваної суміші на максимальні тиски в системі, на потужність, що витрачається, і крутний момент.

**Ключові слова:** універсальний шланговий бетононасос, гідролічний привод, математична модель, подача будівельних розчинів, гідродинамічний процес.

© Д. О. Чайка, И. А. Емельянова, П. Н. Андренко, А. Л. Григорьев, 2018

*Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях, № 27 (1303) 2018.*